

La notion de graphe

Modélisation d'un réseau social

Alban, Béatrice, Charles, Déborah, Eric, Fatima, Gérald, Hélène sont inscrits sur MonSuperLycéebok.

- Alban est ami avec Béatrice, Déborah, Eric et Fatima.
- Béatrice est amie avec Alban, Charles, Déborah, Eric et Gérald.
- Charles, lui, est ami avec Béatrice, Déborah et Hélène.
- Déborah est amie avec Charles, Béatrice, Alban et Gérald.
- Eric, avec Béatrice et Alban.
- Fatima, avec Alban, Gérald et Hélène.
- Gérald, avec Fatima, Béatrice, Déborah.
- Hélène, avec Fatima et Charles.

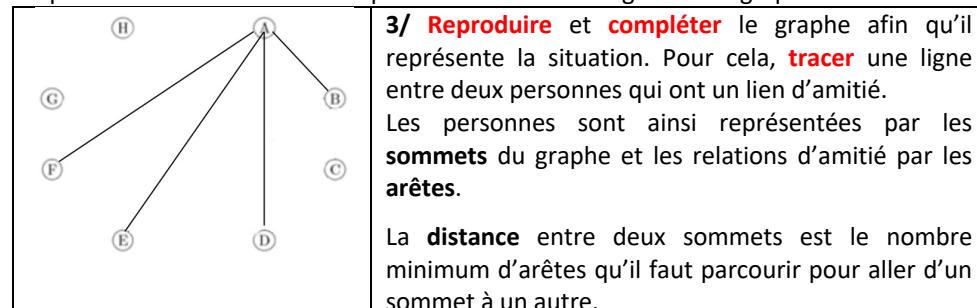
1/ Déterminer qui a le plus d'amis ? le moins ? (**préciser** le nb d'amis dans chaque cas).

2/ Préciser si tous les participants peuvent tous entrer en contact par le biais de leurs amis. A quelle difficulté vous heurtez-vous ?

Pour vous aider à répondre, on peut représenter la situation précédente par un tableau à double entrée dans lequel il suffit de faire une croix dans chaque case pour modéliser les relations d'amitié. **Compléter** le tableau suivant :

	Alban	Béatrice	Charles	Déborah	Eric	Fatima	Gérald	Hélène
Alban								
Béatrice								
Charles								
Déborah								
Eric								
Fatima								
Gérald								
Hélène								

On peut faire encore mieux en représentant la situation grâce à un graphe :



4/ Remplir le tableau suivant avec la distance entre chacun des sommets du graphe.

	A	B	C	D	E	F	G	H
A								
B								
C								
D								
E								
F								
G								
H								

L'**écartement** d'un sommet est la distance maximale entre ce sommet et les autres sommets du graphe.

5/ Compléter le tableau suivant

Sommet	A	B	C	D	E	F	G	H
Écartement								

Le **diamètre** d'un graphe est la distance maximale entre deux sommets de ce graphe.

Le **centre** d'un graphe est le ou les sommets qui a /ont l'écartement minimal avec les autres sommets du graphe.

Le **rayon** d'un graphe est l'écartement entre le ou les centres et le sommet le plus éloigné.

6/ Déterminer le diamètre, le centre et le rayon du graphe.

Un deuxième exemple

Le tableau ci-dessous présente plusieurs élèves d'un même lycée qui ont participé à une enquête. Tous utilisent Instagram de façon régulière. On les désigne uniquement par leur prénom et on recense leur mise en relation sur le réseau social.

	Judith	Mathieu	Omar	Leslie	Kyllian	Maeva
Judith			x	x		
Mathieu			x	x		
Omar	x	x				x
Leslie	x	x				
Kyllian						x
Maeva			x		x	

7/ Construire le graphe permettant de représenter les relations établies.

8/ En déterminer les caractéristiques : centre, rayon et diamètre.

Au fil du temps, les réseaux sociaux comme Instagram et Facebook proposent des suggestions de relations à établir à ses utilisateurs en fonction de leurs propres relations et de leurs centres d'intérêt.

9/ Instagram suggère à Leslie et Kyllian d'établir une relation, ce qu'ils acceptent. **Indiquer** comment évoluent les caractéristiques du graphe.

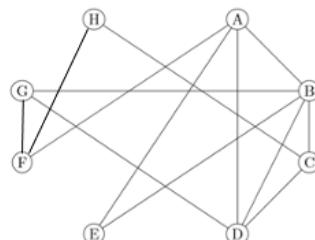
10/ De façon générale, **expliquer** le rôle que jouent les algorithmes de suggestion de contacts sur les caractéristiques du graphe.

Correction

- 1/ C'est Béatrice qui a le plus d'amis (5), et ce sont Eric et Hélène qui en ont le moins (2).
 2/ Vu le mode de présentation des liens, il est impossible de répondre rapidement à la question. Il faut donc un autre mode de présentation des résultats.

Alban	Béatrice	Charles	Déborah	Éric	Fatima	Gérald	Hélène
Alban		X		X	X		
Béatrice	X		X	X			X
Charles		X		X			X
Déborah	X	X	X			X	
Éric	X	X					
Fatima	X					X	X
Gérald		X		X			
Hélène			X		X		

- 3/ Les personnes sont représentées par les sommets et les relations d'amitié par les arêtes.



La **distance** est le nb minimum d'arêtes à parcourir pour aller d'un sommet à un autre.

- 4/ Remplir le tableau suivant avec la distance entre chacun des sommets du graphe.

	A	B	C	D	E	F	G	H
A		1	2	1	1	1	2	2
B	1		1	1	1	2	1	2
C	2	1		1	2	2	2	1
D	1	1	1		2	2	1	2
E	1	1	2	2		2	2	3
F	1	2	2	2	2		1	1
G	2	1	2	1	2	1		2
H	2	2	1	2	3	1	2	

L'**écartement** d'un sommet est la distance maximale entre ce sommet et les autres sommets du graphe.

- 5/ Compléter le tableau suivant

Sommet	A	B	C	D	E	F	G	H
Écartement	2	2	2	2	3	2	2	3

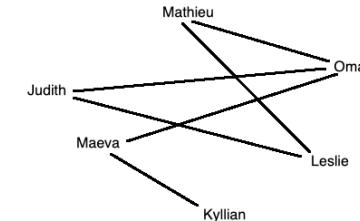
Le **diamètre** est la distance maximale entre deux sommets de ce graphe.

Le **centre** est le ou les sommets qui a /ont l'écartement minimal avec les autres sommets.
 Le **rayon** d'un graphe est l'écartement entre le ou les centres et le sommet le plus éloigné.

- 6/ Diamètre = 3 ; Centres = A, B, C, D, F et G (6 centres) ; Rayon = 2

Un deuxième exemple

- 7/ Construire le graphe permettant de représenter les relations établies.

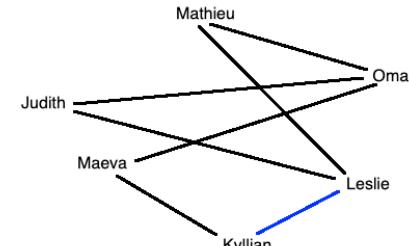


- 8/ En déterminer les caractéristiques : centre, rayon et diamètre.

Judith	Mathieu	Omar	Leslie	Kyllian	Maeva
Judith		2	1	1	3
Mathieu	2		1	1	3
Omar	1	1		2	2
Leslie	1	1	2		4
Kyllian	3	3	2	4	
Maeva	2	2	1	3	1
Ecartement	3	3	2	4	4

Diamètre = 4 ; Centre = Omar ; Rayon = 2

- 9/ Indiquer comment évoluent les caractéristiques du graphe.



Judith	Mathieu	Omar	Leslie	Kyllian	Maeva
Judith		2	1	1	2
Mathieu	2		1	1	2
Omar	1	1		2	2
Leslie	1	1	2		2
Kyllian	2	2	2	1	
Maeva	2	2	1	2	1
Ecartement	2	2	2	2	2

Diamètre = 2 ; Centre = tous ; Rayon = 2

- 10/ Les algorithmes de suggestion de contacts, en proposant de nouvelles relations aux abonnés des réseaux sociaux, tendent à augmenter le nombre de relations établies entre les utilisateurs. Cette augmentation se traduit nécessairement par une diminution des chaînes de relations pour joindre deux individus pris au hasard sur l'ensemble du réseau social. Si tous les individus sont plus proches les uns des autres en termes de chaîne de relations, on dit donc que le degré de séparation moyen diminue.