La notion de graphe

Modélisation d'un réseau social

Alban, Béatrice, Charles, Déborah, Éric, Fatima, Gérald, Hélène sont inscrits sur un réseau social.

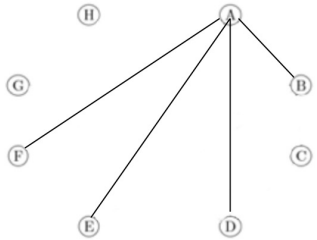
- Alban est ami avec Béatrice, Déborah, Éric et Fatima.
- Béatrice est amie avec Alban, Charles, Déborah, Éric et Gérald.
- Charles, lui, est ami avec Béatrice, Déborah et Hélène.
- Déborah est amie avec Charles, Béatrice, Alban et Gérald.
- Éric, avec Béatrice et Alban.
- Fatima, avec Alban, Gérald et Hélène.
- Gérald, avec Fatima, Béatrice, Déborah.
- Hélène, avec Fatima et Charles.

1/ Déterminer qui a le plus d'amis ? le moins ? (**préciser** le nb d'amis dans chaque cas).

2/ Pour représenter les liens sociaux, on peut représenter la situation précédente par un tableau à double entrée dans lequel il suffit de faire une croix dans chaque case pour modéliser les relations d'amitié. **Compléter** le tableau suivant :

	Alban	Béatrice	Charles	Déborah	Éric	Fatima	Gérald	Hélène
Alban								
Béatrice								
Charles								
Déborah								
Éric								
Fatima								
Gérald								
Hélène								

On peut faire encore mieux en représentant la situation grâce à un graphe :



3/ Reproduire et **compléter** le graphe afin qu'il représente la situation. Pour cela, **tracer** une ligne entre deux personnes qui ont un lien d'amitié.
Les personnes sont ainsi représentées par les **sommets** du graphe et les relations d'amitié par les **arêtes**.

La **distance** entre deux sommets est le nombre minimum d'arêtes qu'il faut parcourir pour aller d'un sommet à un autre.

4/ Remplir le tableau suivant avec la distance entre chacun des sommets du graphe.

	A	B	C	D	E	F	G	H
A								
B								
C								
D								
E								
F								
G								
H								

L'écartement d'un sommet est la distance maximale entre ce sommet et les autres sommets du graphe.

5/ Compléter le tableau suivant (qui est un bilan du précédent).

Sommet	A	B	C	D	E	F	G	H
Écartement								

Le **diamètre** d'un graphe est la distance maximale entre deux sommets de ce graphe.
Le **centre** d'un graphe est le ou les sommets qui a /ont l'écartement minimal avec les autres sommets du graphe.
Le **rayon** d'un graphe est l'écartement entre le ou les centres et le sommet le plus éloigné.

6/ Déterminer le diamètre (valeur), le(s) centre(s) (nom(s)) et le rayon du graphe (valeur).

Un deuxième exemple

Le tableau ci-dessous présente plusieurs élèves d'un même lycée qui ont participé à une enquête. Tous utilisent Instagram de façon régulière. On les désigne uniquement par leur prénom et on recense leur mise en relation sur le réseau social.

	Judith	Mathieu	Omar	Leslie	Kyllian	Maeva
Judith			X	X		
Mathieu			X	X		
Omar	X	X				X
Leslie	X	X				
Kyllian						X
Maeva			X		X	

7/ Construire le tableau des distances puis le graphe permettant de représenter les relations établies.
8/ En **déterminer** les caractéristiques : centre, rayon et diamètre.

Au fil du temps, les réseaux sociaux proposent des suggestions de relations à établir à ses utilisateurs en fonction de leurs propres relations et de leurs centres d'intérêt.
9/ Le réseau suggère à Leslie et Kyllian d'établir une relation, ce qu'ils acceptent. **Indiquer** comment évoluent les caractéristiques du graphe (**représenter** le nouveau lien en couleur et **chercher** les nouveaux centre(s), rayon et diamètre.
10/ Expliquer alors le rôle que jouent les algorithmes de suggestion de contacts sur les caractéristiques du graphe.